Günther Malle
Universität Klagenfurt

WIRTSCHAFTSMATHEMATIK IN DER SCHULE

Der Titel dieses Vortrages ist vielleicht mißverständlich. Unter der Ankündigung "Wirtschaftsmathematik in der Schule" wird man sich vielleicht erwarten, daß ich einen repräsentativen Überblick über die Möglichkeiten gebe, Wirtschaftsmathematik in der Schule zu betreiben. Aber das ist nicht mein Anliegen. Ich möchte vielmehr einige Gedanken zur angewandten Mathematik in der Schule im allgemeinen vorbringen und diese dann u.a. an wirtschaftsmathematischen Beispielen illustrieren. Es kann nicht die Aufgabe des Mathematikunterrichts an der AHS (oder auch BHS) sein, systematisch in die Wirtschaftsmathematik einzuführen, sondern diese hat nur Beispielcharakter. Allerdings sollten auch solche Beispiele im Unterricht vorkommen, was im derzeitigen Unterricht ja meist nicht geschieht. Im Rahmen einer Untersuchung, die von der Universität Klagenfurt durchgeführt wurde und in der u.a. Lehrer interviewt wurden, konnten wir feststellen, daß bei den meisten Lehrern durchaus die Bereitschaft besteht, neben den traditionellen Anwendungen der Mathematik (z.B. in der Physik) auch andere Anwendungen zu berücksichtigen. Es wurde nur generell geklagt, daß die Lehrbücher zu wenig Aufgaben dieser Art enthielten, daß diese Dinge auch in der Lehrerausbildung fehlten und kaum methodische Hilfen für einen derartigen Unterricht zu finden seien. Vielleicht kann dieser Vortrag einige Anregungen bieten.

I. Was ist und was soll angewandte Mathematik?

Eine heute allgemein anerkannte Antwort auf diese Frage lautet: Die angewandte Mathematik entwirft formale Modelle für Situationen der Wirklichkeit. Den Prozeß der Erstellung solcher Modelle nennt man Modellbilden oder Mathematisieren.

Einfache Darstellung des Prozesses:

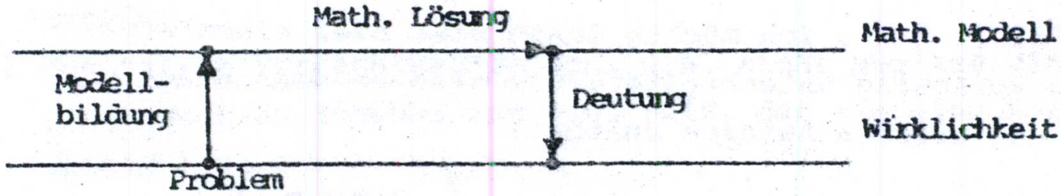


Fig. 1

Beispiel: Textgleichung.
Ein Flugzeug fliegt mit annähernd konstanter Geschwindigkeit von Wien nach Frankfurt und dann weiter nach Dublin. Die Flugzeiten betragen: Wien-Frankfurt 1 h 24 min, Frankfurt-Dublin: 2 h 33 min. Wie groß ist die Entfernung Frankfurt-Dublin, wenn jene von Wien nach Frankfurt 600 km beträgt (Luftlinie)?

Problem: Wie groß ist die Entfernung Frankfurt-Dublin?

Modellbildung: Es sei x die Entfernung Frankfurt-Dublin.

Mittlere Geschw. Wien-Frankfurt = $\frac{600}{84}$ km/min

Mittlere Geschw. Frankfurt-Dublin = $\frac{x}{153}$ km/min

$$\frac{x}{153} = \frac{600}{84}$$

Math. Lösung: $x \approx 1093$

Deutung: Die Entfernung Frankfurt-Dublin (Luftlinie) beträgt ca. 1100 km.

Dieses einfache Schema ist für Beispiele aus der Unterstufe durchaus ausreichend und man kann bereits einige typische Züge des Modellbildungsprozesses herausarbeiten, vor allem: Das math. Modell ist von der Wirklichkeit durchaus verschieden. Im allgemeinen beschreiben Modelle die Wirklichkeit ungenau, indem sie idealisieren, vernachlässigen usw. (z.B. trifft die Annahme, daß die mittleren Geschwindigkeiten auf beiden Strecken gleich sind, in der Realität nicht zu; die Windverhältnisse wurden nicht berücksichtigt usw.) Auch die schematische Darstellung in Fig. 1 trägt diese Züge und ist ihrerseits nur ein Modell mit all den typischen Idealisierungen und Vernachlässigungen. Man kann sie als ein Modell des Modellbildungsprozesses auffassen. Für die meisten Beispiele der Oberstufe ist dieses Modell nicht ausreichend und wir müssen uns nach besseren Modellen umsehen. In der Mathematikdidaktik wurden in den letzten Jahren verschiedene Vorschläge gemacht. Der differenzierteste Vorschlag stammt wohl von H.G. STEINER [5]. Ich möchte Ihnen aber hier einen etwas einfacheren Vorschlag unterbreiten, der sich an Vorschläge von SYNGE [6] und anderen Autoren anlehnt:

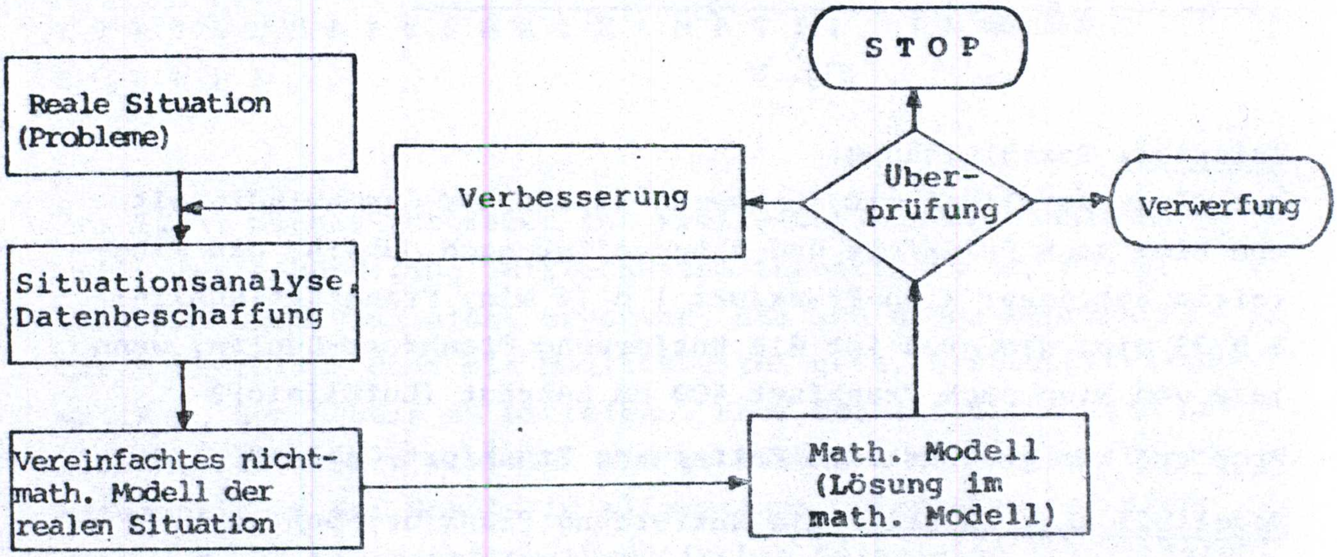


Fig. 2

Zu den Einzelschritten:

1. Reale Situation: In der Praxis sind Situationen meist offen, d.h. die Probleme sind nicht klar gestellt, sondern müssen erst selbst gesehen und formuliert werden. Wenn jemand z.B. die Lagerhaltung eines Betriebs innehat, hat er den Auftrag, diese funktionsfähig und billig zu führen, aber wo die Probleme liegen, muß er selbst sehen.

2. Situationsanalyse, Datenbeschaffung: Dies ist ein komplexer Teil des Prozesses. Er ist meist unangenehm, weil mit viel (u.U. langweiliger) Arbeit verbunden. Meist ist er auch zeitaufwendig. Aber er ist ein ganz wesentlicher Schritt des Prozesses.

3. Vereinfachtes nichtmathematisches Modell: Dieses erreicht man im wesentlichen durch zweierlei:

a) Man trifft Annahmen. Dabei kann man Annahmen unterscheiden, die mehr oder weniger direkt ins mathematische Modell übertragen werden (d.h. durch einen Term, eine Gleichung, eine Funktion o.ä. ausgedrückt werden, also explizit im mathem. Formalismus aufscheinen) und Annahmen, die mehr oder weniger indirekt ins mathematische Modell übertragen werden (d.h. nicht explizit im mathematischen Formalismus aufscheinen). Die letzteren Annahmen werden oft stillschweigend oder gar unbewußt getroffen.

b) Man trifft Vernachlässigungen, d.h. sieht gewisse Dinge als irrelevant an (obwohl man u.U. weiß, daß sie eine Rolle spielen).

4. Mathematisches Modell: Dieses beginnt meist mit der Einführung von Symbolen und der Darstellung von Beziehungen, z.B. Gleichungen o.ä. Das Problem wird damit in der math. Formalsprache dargestellt. Zur Lösung können bekannte Verfahren herangezogen werden; unter Umständen ist es aber auch notwendig, selbst Begriffe zu definieren, Sätze zu beweisen, Verfahren zu entwickeln, also insgesamt eine Theorie zu entwickeln. (Genaueres darüber ist beispielsweise in [3] zu finden.) Diese Theoriebildung unterscheidet sich im Prinzip nicht vom Vorgehen in der reinen Mathematik, nur sucht man dauernd die Rückkopplung zur Realität, was im Endeffekt die Genese der Theorie stark beeinflußt.

5. Überprüfung: Hier gibt es - grob gesehen - drei Verhaltensmöglichkeiten. Wenn das Modell so gut funktioniert, daß man keine Verbesserung wünscht, kommt man zu einem natürlichen Stop des Prozesses (siehe Fig. 2). Wenn das Modell so schlecht funktioniert, daß man den Versuch einer Verbesserung für sinnlos hält, kommt es zu einer Verwerfung des Modells und damit ebenfalls zu einem Ende des Prozesses. Der Regelfall aber ist, daß das Modell weder ganz gut noch ganz schlecht funktioniert, daß man also daran geht, es zu verbessern.
Bei einer Verbesserung kann man an verschiedenen Stellen des Prozesses wieder einsteigen:
- Sorgfältigere und kritischere Analyse der Situation, mehr Daten, genauere Datenerhebung usw.
- Weniger Annahmen, schwächere Annahmen, weniger Vernachlässigungen
- Genauere Lösungsmethoden im math. Modell
- Bessere Überprüfungsmethoden, mehr Überprüfungen

Es gibt natürlich auch Fälle, wo eine Überprüfung des Modells nicht möglich ist (z.B. ein math. Modell für das Eintreten eines Unfalls in einem Atomreaktor).

Es ist wichtig zu sehen, daß in der Praxis die einzelnen Schritte nicht streng linear ablaufen, sondern sehr stark miteinander verkoppelt sind (man müßte in Fig. 2 eigentlich einen Pfeil von jedem Schritt zu jedem machen). Z.B. werden Daten schon im Hinblick auf das spätere nichtmathematische Modell ausgewählt. Das nichtmathematische Modell wird häufig in weiser Vorausschau so entworfen, daß man es später mathematisch leichter in den Griff kriegt. Das mathematische Modell wird oft in Voraussicht auf eine leichte Überprüfbarkeit angelegt usw.

Im folgenden Beispiel wird gezeigt, daß man das in Fig. 2 dargestellte Schema bereits an einfachen Aufgaben der klassischen Schulmathematik den Schülern demonstrieren kann. (Es wird also nicht dafür plädiert, neue Stoffgebiete in die Schulmathematik zu zwängen. Es kommt vielmehr darauf an, die alten Aufgaben unter einem neuen Blickwinkel zu sehen.)

Beispiel: Bewegungsaufgabe (vergleiche [2, Band I, S. 167-170]).
Ein Zug fährt von A nach B. Zur gleichen Zeit startet ein anderer Zug in B und fährt in Richtung A. Wann treffen die beiden Züge einander?

Situationsanalyse, Datenbeschaffung:

Entfernung $\overline{AB}$ = 230 km
Mittlere Geschwindigkeit des ersten Zuges = 60 km/h (Fahrplan)
Mittlere Geschwindigkeit des zweiten Zuges = 50 km/h (Fahrplan)

Vereinfachtes nichtmathematisches Modell:

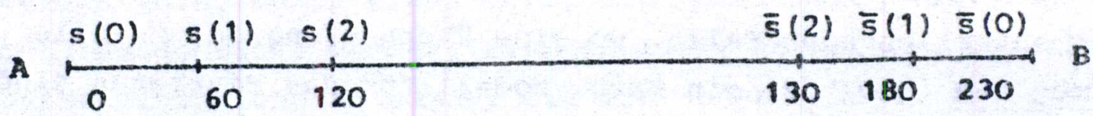
Annahmen:

1. Züge fahren mit annähernd konstanter Geschwindigkeit (geht direkt ins mathematische Modell ein)
2. Züge sind punktförmig klein (geht indirekt ins mathematische Modell ein)

Vernachlässigungen:

1. Rutschen in den Kurven
2. Gleisbreite
3. Art der Lokomotive

Mathematisches Modell:



Wir suchen jenen Zeitpunkt t, für den gilt:

$$s(t) = \bar{s}(t)$$
$$60.t = 230-50.t$$
$$t \approx 2{,}090 \mathrel{\hat{=}} 2\text{ h }05\text{ min}$$

Die beiden Züge treffen einander ca. nach 2 h 05 min.

<u>Überprüfung:</u> Man kann in der Realität nachmessen. Dabei stellt sich zunächst heraus, daß die beiden Züge wegen ihrer Länge längere Zeit aneinander vorbeifahren. Man weiß also nicht, zu welchem Zeitpunkt man stoppen soll.

<u>Verbesserung:</u> Wir berücksichtigen auch die Länge der Züge und steigen neuerlich in den Prozeß ein.

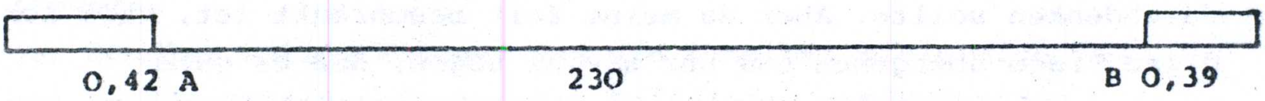
<u>Situationsanalyse, Datenbeschaffung:</u>

Länge des 1. Zugs = 420 m

Länge des 2. Zugs = 390 m

<u>Vereinfachtes nichtmath. Modell:</u> Die Annahme, daß die Züge punktförmig klein sind, wird ersetzt durch die Annahme, daß die Züge rechteckige Form haben. Weitere Annahme: Zu Beginn sind die Vorderseiten der beiden Züge 230 km voneinander entfernt.

<u>Math. Modell:</u>



Vorderseite des 1. Zugs:

$$s_V(t) = 60.t$$

Vorderseite des 2. Zugs:

$$\bar{s}_V(t) = 230-50.t$$

Hinterseite des 1.Zugs:

$$s_H(t) = 60.t-0{,}42$$

Hinterseite des 2. Zugs:

$$\bar{s}_H(t) = 230{,}39-50.t$$

Zusammentreffen der Vorderseiten:

$$s_V(t) = \bar{s}_V(t)$$
$$60.t = 230-50.t$$
$$t \approx 2{,}090\text{ h} = 2\text{ h }05\text{ min }24\text{ s}$$

Zusammentreffen der Hinterseiten:

$$s_H(t) = \bar{s}_H(t)$$
$$60.t-0{,}42 = 230{,}39-50t$$
$$t \approx 2{,}098\text{ h} = 2\text{ h }05\text{ min }53\text{ s}$$

Das Zusammentreffen beginnt nach 2 h 05 min 24 s und endet nach 2 h 05 min 53 s. Das Vorbeifahren dauert 29 s.

Es erhebt sich hier allerdings die Frage, ob diese "Verbesserung" des Modells wirklich eine Verbesserung war. Bei den groben Annahmen, die wir getroffen haben (z.B. konstante Geschwindigkeit der Züge) ist es fraglich, ob Zeitangaben auf Sekunden überhaupt noch sinnvoll sind. An Hand dieses Beispiels können numerische Aspekte behandelt werden, auf die hier aber nicht eingegangen wird.

Aus diesem einfachen Beispiel kann man bereits etwas ganz Wichtiges erkennen. Ergebnisse, die mit Hilfe eines mathematischen Modells gewonnen wurden, sind nur <u>relativ wahr</u>, nämlich relativ zum verwendeten Modell. Ein anderes Modell hätte vielleicht andere Ergebnisse gebracht. In unserem Beispiel war das Ergebnis z.B. wesentlich davon abhängig, daß wir einen linearen Zusammenhang zwischen Weg und Zeit vorausgesetzt haben. Ein nichtlineares Modell (das der Realität wahrscheinlich besser entsprochen hätte) hätte ein anderes Ergebnis gebracht. Leider unterliegen viele Menschen hier einer Manipulation, indem sie den Modellcharakter mancher Aussagen nicht durchschauen. Denken Sie nur an Aussagen über Bevölkerungswachstum, Preisindex, Bruttonationalprodukt, Einkommenspolitik usw.!

Nun käme eigentlich die Frage dran: Warum angewandte Mathematik in der Schule? Das ist eine wichtige Frage, die man sich genau durchdenken sollte. Aber da meine Zeit beschränkt ist, will ich diese Frage übergehen und nur soviel sagen, daß es gute Argumente gibt, die dafür sprechen, in der Schule nicht nur reine Mathematik, sondern auch angewandte Mathematik zu betreiben (siehe z.B. [3, S. 26-29].)

II. Welche Lehrziele sollen im Hinblick auf angewandte Mathematik erreicht werden?

Aus dem bisher Gesagten lassen sich bereits einige Lehrziele herleiten und begründen. Zur genaueren Begründung einiger der im folgenden genannten Ziele sei auf [3] verwiesen. (Es ist im Rahmen dieses Vortrages leider nicht möglich, auf eine ausführlichere Zieldiskussion einzugehen.)

G R O B Z I E L E

1. Der Schüler soll ein möglichst unverfälschtes Bild der angewandten Mathematik und ihrer Stellung im Rahmen des Gesamtphänomens Mathematik erhalten.
2. Der Schüler soll in der Lage sein, einfache Anwendungsprobleme selbst bearbeiten zu können.
3. Der Schüler soll in der Lage sein, Ergebnisse von Modellbildungsprozessen richtig einzuschätzen.

F E I N Z I E L E des ersten Grobziels

a) Der Schüler soll wissen, daß die angewandte Mathematik formale Modelle für Situationen der Wirklichkeit entwirft und Prozeßcharakter hat.

b) Der Schüler soll wissen, daß ein mathematisches Modell von der Wirklichkeit verschieden ist.

c) Der Schüler soll die wichtigsten Prozeßschritte des Modellbildens und ihre gegenseitigen Beziehungen kennen.

d) Der Schüler soll wissen, daß beim Modellbildungsprozeß Annahmen und Vernachlässigungen getroffen werden, daß somit ein Modell die Wirklichkeit im allgemeinen nur ungenau beschreibt.

e) Der Schüler soll wissen, daß <u>ein</u> Modell auf verschiedene Situationen passen kann.

f) Der Schüler soll wissen, daß <u>eine</u> Situation durch verschiedene Modelle beschrieben werden kann, die u.U. verschiedene Ergebnisse liefern.

g) Der Schüler soll erkennen, daß die Schulbeispiele sich von den in der Praxis auftretenden Beispielen unterscheiden (Komplexität, Datenmenge, Schwierigkeit der math. Methoden usw.)

F E I N Z I E L E des zweiten Grobziels

a) Der Schüler soll <u>einfache</u> Probleme aus Anwendungssituationen im Rahmen gängiger Methoden der Schulmathematik selbständig und unter bewußter Reflexion des Modellbildungsprozesses bearbeiten können.

b) Der Schüler soll befähigt sein, in Anwendungssituationen Probleme zu sehen.

c) Der Schüler soll befähigt sein, Anwendungssituationen für ein vorliegendes Modell zu finden.

d) Der Schüler soll außermathematische Sachkenntnisse erwerben, die ihm im Leben nützen können.

F E I N Z I E L E des dritten Grobziels

a) Der Schüler soll wissen, daß Aussagen, die mit Hilfe eines math. Modells gewonnen werden, von der Wahl des Modells abhängen und daher relativen Charakter haben.
b) Der Schüler soll wissen, daß Begriffe zur Beschreibung von realen Situationen auf verschiedene Weisen gebildet werden können.
c) Der Schüler soll Aussagen, die auf Grund von Modellen getroffen werden, kritisch begegnen.

Was wird derzeit getan, um diese Ziele zu erreichen?

Fast nichts. Das folgende Beispiel aus [4] ist typisch dafür, wie Aufgaben der angewandten Mathematik heute in den Lehrbüchern meist aussehen (vergleiche [1]).

Beispiel: Der massive Fuß eines Stativs hat die Form, die entsteht, wenn man das zwischen $x = -2$ und $x = 2$ gelegene Stück der Kurve mit der Gleichung $y = 0{,}25\,x^3$ um die Gerade mit der Gleichung $x = 3$ dreht. Berechne den Flächeninhalt des Achsenschnitts!

Diese Aufgabe weist drei typische Fehler auf:
a) Die Angaben sind zu sehr vorstrukturiert.
b) Der Modellbildungsprozeß wird nicht bewußt gemacht. (Keine offene Situation, keine Datenbeschaffung, kein Bewußtmachen von Annahmen und Vernachlässigungen, kein Bewußtmachen des Modellcharakters der Funktionsgleichung, keine Überprüfung).
c) Die Aufgabe ist praxisirrelevant. (Wer interessiert sich schon für einen solchen Achsenschnitt?)

Beitrag zu den genannten Lehrzielen: praktisch null.

III. Ein wirtschaftsmathematisches Beispiel

Im folgenden Beispiel soll gezeigt werden, wie man durch ein geeignetes Vorgehen im Unterricht bessere Beiträge zu den genannten Lehrzielen leisten kann. Um Mißverständnisse auszuschließen, muß betont werden, daß es nicht darauf ankommt, den Schülern ein perfektes Modell für eine bestimmte Situation anzubieten (das wäre Manipulation), sondern die Schüler möglichst selbsttätig zur Bildung eines Modells anzuregen, das mit Unvollkommenheiten behaftet sein darf, wenn diese nur bewußt gemacht werden. Denn schließlich ist nicht ein perfektes Modell für eine bestimmte Situation das Hauptziel des Unterrichts, sondern ein Kennenlernen des Prozesses und dazu gehört wesentlich die Einsicht, daß Modelle unvollkommen sind.

Problem: Nach welcher Zeit ist es am günstigsten, ein Auto gegen ein neues (desselben Typs) einzutauschen?

1. Situationsanalyse, Datenbeschaffung: Eine Analyse der Situation zeigt, daß die für unser Problem relevanten Kosten eines Autos sich vor allem aus zwei Dingen zusammensetzen:

a) Reparaturkosten

b) Kosten des Neuwagens

Treibstoffkosten, Versicherung, Steuer und ähnliches brauchen nicht berücksichtigt zu werden, da sie für den Neu- wie den Altwagen in gleicher Weise zutreffen (siehe 2.).

Daten kann man sich (zugegeben in recht primitiver Weise) dadurch beschaffen, daß man beim Autohändler die Kosten des Neuwagens erfragt und die gesammelten Reparaturrechnungen des Altwagens auswertet:

Kosten des Neuwagens = 61 500,--

Kauf des Altwagens: Jan. 1977

Reparaturen:

April	77	100,--	April	78	400,--
Juni	77	40,--	Mai	78	320,--
Aug.	77	260,--	Juli	78	110,--
Nov.	77	340,--	Okt.	78	80,--
Dez.	77	50,--	Nov.	78	3 490,--
März	78	1 300,--	Dez.	78	500,--
			Feb.	79	1 210,--

$$\text{Mittlere Reparaturkosten} = \frac{8200}{13} \approx 631,\text{--}$$

2. Vereinfachtes nichtmathematisches Modell:

Annahmen:

a) Das neue Auto verhält sich hinsichtlich der Reparaturanfälligkeit wie das alte (geht indirekt in das mathematische Modell ein)

b) Mit dem neuen Auto werden monatlich etwa gleich viel Kilometer gefahren wie mit dem alten (geht indirekt in das mathematische

Modell ein)

c) Außer Neuanschaffungs- und Reparaturkosten sind die sonstigen Kosten bei Neu- und Altwagen annähernd gleich: Versicherung, Steuer, Unfallkosten, Strafmandate, Mitgliedsbeiträge an Kraftfahrerorganisationen usw. (geht indirekt ins mathematische Modell ein)

Vernachlässigungen:

a) Erhöhung des Kaufpreises und der Reparaturkosten (infolge Inflation etc.)
b) Eintauschwert des Altwagens
c) Zunahme des Benzin- und Ölverbrauchs bei steigendem Alter des Wagens
d) Zinsenverlust bei früherem Auslegen des Kaufpreises
e) Abnahme der Verkehrssicherheit bei längerem Fahren mit dem Altwagen
f) Sozialprestigeverlust bei längerem Fahren mit dem Altwagen.

3. Mathematisches Modell: Wir nehmen an, daß der Altwagen nach t Monaten eingetauscht wird. Wir wollen t so bestimmen, daß die mittleren monatlichen Gesamtkosten des Autos minimal sind. Diese mittleren monatlichen Gesamtkosten setzen sich zusammen aus den mittleren monatlichen Reparaturkosten und den mittleren monatlichen Anschaffungskosten für den Neuwagen. Wenn wir die Anschaffungskosten für den Neuwagen gleichmäßig auf die t Monate aufteilen, erhalten wir:

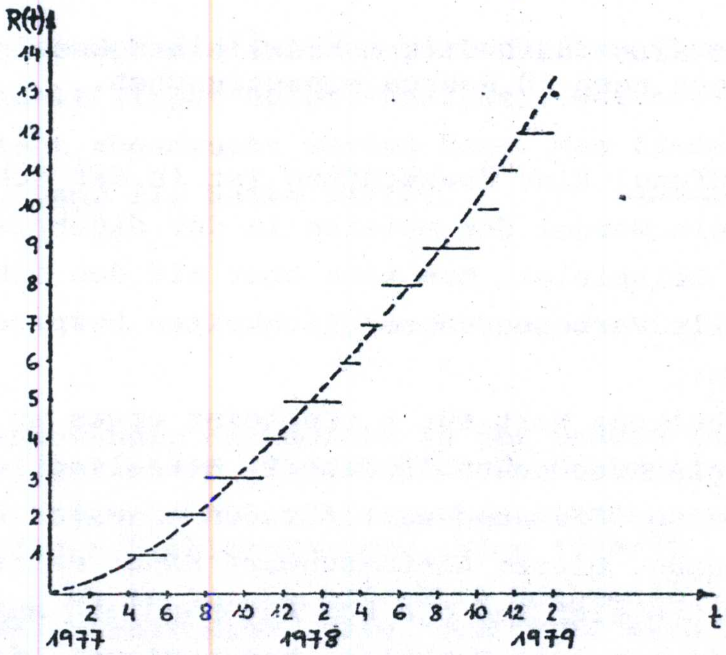
$$\text{Mittlere monatliche Anschaffungskosten} = \frac{61\,500}{t}$$

Um die mittleren monatlichen Reparaturkosten zu bestimmen, stellen wir zuerst die Anzahl $R(t)$ der Reparaturen bis zum Zeitpunkt t (in Monaten) graphisch dar (Treppenfunktion in Fig.3).

Da sich eine Treppenfunktion rechnerisch schwer behandeln läßt, versuchen wir diese durch eine termdarstellbare Funktion zu ersetzen. Da lineare Funktionen und Exponentialfunktionen wohl nicht in Frage kommen, versuchen wir es mit einer Potenzfunktion $R(t) = C.t^n$. Schüler können (in Kleingruppen) verschiedene Werte für C und n durchprobieren. Man stellt fest, daß die folgende Funktion ganz gut paßt:

$$R(t) = \frac{1}{10} \cdot t^{\frac{3}{2}}$$

(Siehe die strichlierte Kurve in Fig. 3 !)



Wird der Altwagen nach t Monaten eingetauscht, so gilt also:

Mittlere monatliche Reparaturanzahl $= \frac{R(t)}{t} = \frac{1}{10} \cdot t^{\frac{1}{2}}$

Mittlere monatliche Reparaturkosten = mittlere monatliche Reparaturanzahl . mittlere

Reparaturkosten $= \frac{1}{10} \cdot t^{\frac{1}{2}} \cdot 631 = 63{,}1 . t^{\frac{1}{2}}$

Mittlere monatliche Gesamtkosten = mittlere monatliche Reparaturkosten + mittlere monatliche Anschaffungskosten

Bezeichnen wir die mittleren monatlichen Gesamtkosten mit K(t), so gilt:

$$K(t) = 63{,}1 . t^{\frac{1}{2}} + \frac{61\ 500}{t}$$ soll minimal werden.

Dies ist eine klassische Extremwertaufgabe, die wir auf die übliche Weise lösen:

$$K'(t) = 31{,}55 . t^{-\frac{1}{2}} - \frac{61\,500}{t^2} = 0$$

$$31{,}55 . t^{\frac{3}{2}} = 61\,500$$

$$t \approx 156 \text{ Monate} = 13 \text{ Jahre}$$

Es ist also (nach diesem Modell) am günstigsten, den Altwagen nach 13 Jahren einzutauschen.

4. Überprüfung: Eine Überprüfung ist in der Schule kaum möglich. (Das ist ein Mangel der meisten in der didaktischen Literatur bekannten Beispiele). Man kann aber mit den Schülern wenigstens prinzipielle Verbesserungsmöglichkeiten besprechen. Einige Anregungen:

a) Der erhaltene Wert für t erscheint etwas zu hoch. (Wer fährt heute ein Auto schon 13 Jahre?) Dies liegt vor allem daran, daß wir den Eintauschwert für den Altwagen nicht berücksichtigt haben. Dieser Eintauschwert hängt natürlich von t ab. Man könnte sich aus den bei Autohändlern aufliegenden Eintauschlisten eine Funktion konstruieren, die den Eintauschwert nach t Monaten angibt. Dieser Eintauschwert muß dann vom Neuwagenpreis, also von 61 500,--, subtrahiert werden, wodurch sich im Endeffekt ein kleinerer Wert für t ergibt. (Da dieser aber immer noch relativ groß ist, kann vielleicht der vorsichtige Schluß gezogen werden, daß die meisten Leute heute ihre Autos zu früh eintauschen.)

b) Wenn eine Autofirma eine solche Untersuchung durchführen würde, würde sie die Daten sicher nicht an einem einzigen Auto gewinnen, sondern eine repräsentative Stichprobe aus allen Autos dieses Typs auswählen. (Hier kann der Unterschied zwischen Schule und Realität bewußt gemacht werden.)

c) Von den vielen Annahmen und Vernachlässigungen kann doch das eine oder andere berücksichtigt werden, z.B. die monatlich gefahrene Kilometerzahl. Die Frage müßte dann lauten: Nach welcher Zeit t ist es bei monatlich gefahrener Kilometerzahl s am günstigsten, den Wagen einzutauschen. R(t) ist zu ersetzen durch R(t,s) und K(t) durch K(t,s). Die Aufgabe ist dann aber mit den üblichen Mitteln der Schulmathematik nicht mehr lösbar.

d) Auch das mathematische Modell kann verbessert werden.
   Z.B. könnte man ein propabilistisches Modell entwerfen.

e) Schließlich wird in der Praxis eine Überprüfung wohl an einer repräsentativen Stichprobe in sorgfältiger Weise durchgeführt werden.

Im Vortrag wurde noch ein zweites wirtschaftsmathematisches Beispiel behandelt (Input-Output-Analyse), welches hier aus Platzmangel nicht abgedruckt werden kann. Man findet dazu aber einiges in [2, Band II, Seite 303ff].

<u>Literatur:</u>

[1] Beck U.: Angewandte Mathematik in der Schule (Arbeitstitel), Dissertation, Päd.Hochschule Dortmund (Rohentwurf)

[2] Bürger H. - Fischer R. et al: Mathematik Oberstufe I,II. Hölder-Pichler-Tempsky, Wien 1978/79

[3] Fischer R. - Malle G.: Fachdidaktik Mathematik. Lehrbrief für das Fernstudium. Hrsg. vom BMWF. Wien 1978

[4] Lambacher - Schweizer W.: Analysis. Klett, Stuttgart 1968

[5] Steiner H.G.: Zur Methodik des mathematisierenden Unterrichts. In: Dörfler W. - Fischer R.: Anwendungsorientierte Mathematik in der Sekundarstufe II. Heyn, Klagenfurt 1976

[6] Synge J.: Mathematical Education Notes. Am. Math. Monthly 68 (October 1961), S. 799